

Ejercicio 1

El Departamento de contabilidad está formado por 5 técnicos fiscales y 7 Economistas. Queremos crear un grupo de trabajo para preparar la auditoría anual, el cual deberá estar formado por 2 técnicos fiscales y 3 economistas. Se pide saber de cuantas formas podría formarse si partimos de los siguientes supuestos:

a) Puede pertenecer cualquier técnico fiscal y cualquier economista.

-Técnicos fiscales:

Calcular las combinaciones de seleccionar **2 técnicos fiscales** de un total de **5**.

$n = 5$ Total técnicos fiscales

$k = 2$ Técnicos fiscales que seleccionaremos

$$n! = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$k! = 2! = 2 \times 1$$

$$(n - k)! = 3 \times 2 \times 1$$

$$C(n, k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} = C(5, 2) = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{120}{2 \times 6} = 10$$

Hay **10** maneras diferentes de escoger **2 técnicos fiscales** de un grupo de **5**.

(Tf1, Tf2), (Tf1, Tf3), (Tf1, Tf4), (Tf1, Tf5), (Tf2, Tf3), (Tf2, Tf4), (Tf2, Tf5), (Tf3, Tf4),

(Tf3, Tf5), (Tf4, Tf5)

-Economistas

Calcular las combinaciones de seleccionar **3 economistas** de un total de **7**.

$n = 7$ Total economistas

$k = 3$ Economistas que seleccionaremos

$$n! = 7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$k! = 3! = 3 \times 2 \times 1$$

$$(n - k)! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$C(n, k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} = C(7, 3) = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{5040}{6 \times 24} = 35$$

Hay **35** maneras diferentes de escoger **3 economistas** de un grupo de **7**.

Total de combinaciones para el grupo.

$$C = \frac{7!}{3!(7-3)!} * C = \frac{5!}{2!(5-2)!}$$

Total= C(7,3)x C(5,2) = 10x35 = 350 combinaciones posibles.

b) Un economista determinado debe pertenecer al grupo de trabajo.

-Técnicos fiscales:

La selección de técnicos fiscales no varía

Hay **10** maneras diferentes de escoger **2** técnicos fiscales de un grupo de **5**.

-Economistas:

En este caso ya tenemos un economista seleccionado para el grupo solo tendremos que seleccionar 2 economistas de un grupo de 6.

Calcular las combinaciones de seleccionar **2 economistas** de un total de **6**.

n= 6 Total economistas

k= 2 Economistas que seleccionaremos

$$n!=6!=6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$k!=2!=2 \times 1$$

$$(n - k)!=4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$C(n,k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} = C(6,2) = \frac{6!}{2!(6-2)!} = \frac{720}{2 \times 24} = \frac{720}{48} = 15$$

Hay **15** maneras diferentes de escoger **2 economistas** de un grupo de **6**.

Total de combinaciones para el grupo.

Total= C(5,2)x C(7,3) = 10x15 = 150 combinaciones posibles.

c) Dos técnicos fiscales determinados no pueden formar parte del grupo de trabajo.

-economistas:

La selección de economistas no varía del caso a.

Hay **35** maneras diferentes de escoger **3 economistas** de un grupo de **7**.

-Técnicos fiscales:

En este caso dos técnicos fiscales no pueden formar parte del grupo de trabajo.

Calcular las combinaciones de seleccionar **2 técnicos fiscales** de un total de **3**.

$n = 3$ Total técnicos fiscales

$k = 2$ Técnicos fiscales que seleccionaremos

$$n! = 3! = 3 \times 2 \times 1$$

$$k! = 2! = 2 \times 1$$

$$(n - k)! = 1! = 1$$

$$C(n,k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} = C(3,2) = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{6}{2 \times 1} = 3$$

Hay **3** maneras diferentes de escoger **2 técnicos fiscales** de un grupo de **3**.

Total de combinaciones para el grupo.

$$\text{Total} = C(3,2) \times C(7,3) = 3 \times 35 = 105 \text{ combinaciones posibles.}$$

Ejercicio 2

La planta de producción de una empresa de engranajes para motores de combustión dispone de 4 cadenas de producción, las cuales vienen determinadas por las siguientes referencias: A1,A2,A3,A4. Cada una de las cadenas de producción embala los engranajes en cajas.

Ahora bien, si tenemos en cuenta la producción total anual, vemos como cada una de las cadenas de producción tiene un peso distinto en el embalaje total, siendo:

$$A1 = 35\%$$

$$A2 = 20\%$$

$$A3 = 24\%$$

$$A4 = 21\%$$

Para cada una de ellas, existe una desviación en cuanto a la calidad del embalaje, concretamente, no se embalan correctamente los siguientes % por cada cadena:

$$A1 = 1\%$$

$$A2 = 3\%$$

$$A3 = 2.5\%$$

$$A4 = 2\%$$

Si el técnico de control de calidad identifica una caja defectuosa, ¿Cuál es la probabilidad de que provenga de la cadena 1?

Para calcular la probabilidad de que una caja defectuosa provenga de la cadena 1 utilizaremos el teorema de bayes, que vincula la probabilidad de A dado B, con la probabilidad de B dado A.

Es una forma de calcular probabilidades condicionales, que es la probabilidad de que ocurra un evento, dado que otro evento ya ha ocurrido.

La probabilidad de que la caja defectuosa provenga de **A1** es del **35%**.

La probabilidad de que una caja de **A1** sea defectuosa es del **1%**

$$P(A_i | B) = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{P(B)}$$

$P(A_i)$ Son las probabilidades que A ocurra

$P(B|A_i)$ Es la probabilidad de B en la hipótesis A_i .

$P(A_i|B)$ Son la probabilidad a posteriori

$P(B)$ Son la probabilidad que se encuentre una caja defectuosa entre todas las cadenas

La fórmula de Bayes se obtiene con base en la definición de probabilidad condicionada:

$$P(A_i | B) = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{\sum_{k=1}^n P(B|A_k)P(A_k)} \quad \text{..[1]}$$

La fórmula nos permite calcular la probabilidad condicional $P(A_i | B)$ de cualquiera de los eventos A_i dado B. A los sucesos A_i se les suele llamar “causas” y al B efecto, por lo que el teorema de Bayes intentaría determinar la “causa” más probable dado un “efecto” o la probabilidad de que la causa A_i se haya producido el efecto B.

Calcular La probabilidad total de encontrar una caja defectuosa

$$P(B | A_1) = 0,01$$

$$P(A_1) = 0,35$$

$$P(B | A_2) = 0,03$$

$$P(A_2) = 0,2$$

$$P(B | A_3) = 0,025$$

$$P(A_3) = 0,24$$

$$P(B | A_4) = 0,02$$

$$P(A_4) = 0,21$$

$$P(B) = P(B | A_1) \cdot P(A_1) + P(B | A_2) \cdot P(A_2) + P(B | A_3) \cdot P(A_3) + P(B | A_4) \cdot P(A_4) =$$

$$P(B) = 0,01 \times 0,35 + 0,03 \times 0,20 + 0,025 \times 0,24 + 0,02 \times 0,21 = 0,0197 \rightarrow 1,97\%$$

Sustituimos las cifras en el teorema de bayes.

$$P(A_i | B) = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{P(B)} = P(A_i | B) = \frac{0,01 \times 0,35}{0,0197} = \frac{0,0035}{0,0197} = 0,177 \rightarrow 17,77\%$$

La probabilidad de que una caja defectuosa provenga de la cadena A1 es del **17,77%**

Ejercicio 3

Sean A y B dos sucesos independientes, teniendo en cuenta que $P(A) = 0.2$ y $P(A \cap B) = 0.16$. Se pide encontrar la probabilidad de que no ocurra A y no ocurra B.

Cuando dos sucesos, A y B, son independientes, la probabilidad de que ambos ocurran,

$P(A \cap B)$, es igual al producto de sus probabilidades individuales:

$P(A)$ = Es la probabilidad de que ocurra el evento A **0,2 -> 20%**.

$P(A \cap B)$ = Es la probabilidad de que ocurran los dos eventos **0,16 -> 16%**.

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0,16 = 0,2 \times P(B)$$

$$P(B) = 0,16 / 0,2 = \mathbf{0,8}$$

La probabilidad de que no ocurra A:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,2 = \mathbf{0,8}$$

La probabilidad de que no ocurra B:

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,8 = \mathbf{0,2}$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,8 \times 0,2 = \mathbf{0,16}$$

La probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos sucesos es del **16%**.

Ejercicio 4

X es una variable aleatoria que toma valores $\{0,1,2\}$ con las probabilidades que se muestran a continuación:

$$P(X=0) = 0.3$$

$$P(X=1) = 0.5$$

$$P(X=2) = 0.2$$

Se pide calcular la función de distribución $F(X)$ y representarla gráficamente.

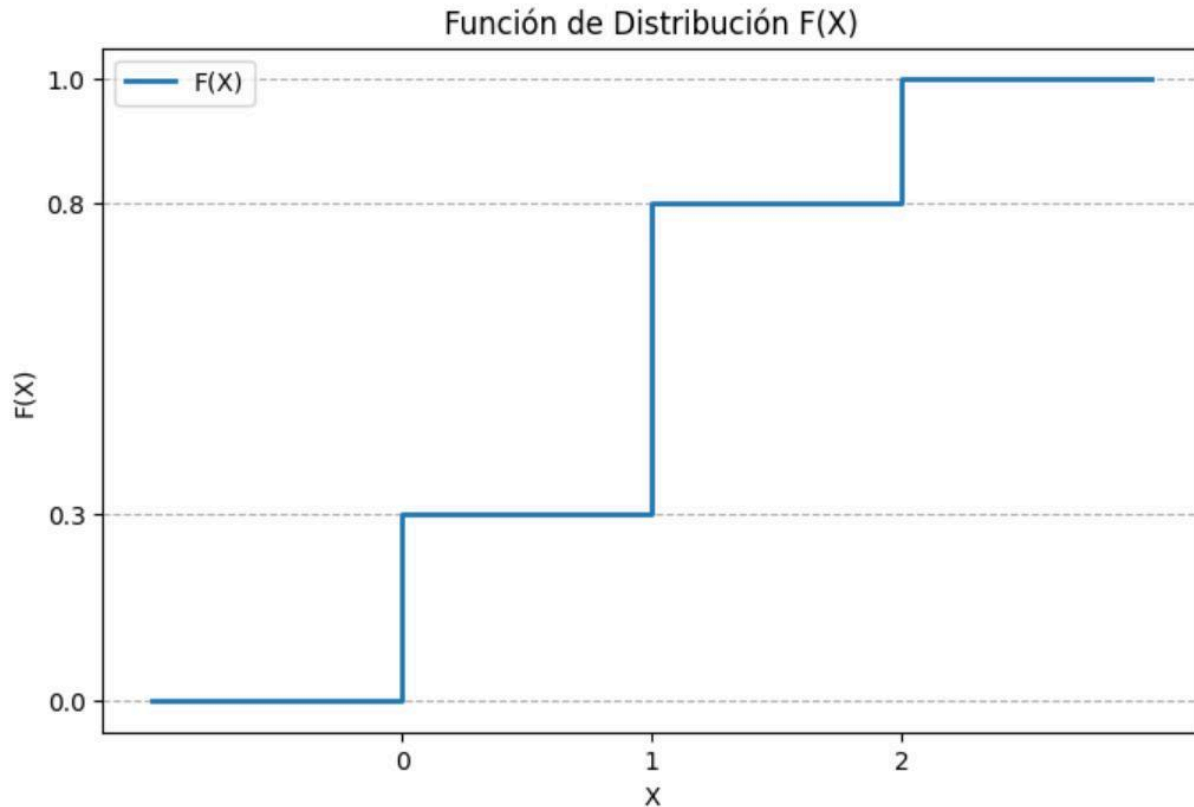
Calcular $F(X)$ para cada valor de x.

$$F(x) = P[X \leq x] = \sum P[X=x_i]$$

$$F(0) = P[X \leq 0] = P[X = 0] = \mathbf{0,3}$$

$$F(1) = P[X \leq 1] = P[X = 0] + P[X = 1] = 0,3 + 0,5 = \mathbf{0,8}$$

$$F(2) = P[X \leq 2] = P[X = 0] + P[X = 1] + P[X = 2] = 0,3 + 0,5 + 0,2 = \mathbf{1}$$



Ejercicio 5

Tenemos una variable aleatoria discreta X que puede tomar los valores $\{0,1,2,3,4\}$. Para cada uno de ellos las probabilidades son, respectivamente $\{0.2,0.3,0.3,0.1,0.1\}$.

Se pide el cálculo de las siguientes probabilidades:

1. $P(X \geq 2)$
2. $P(X > 2.2)$
3. $P(0 \leq X < 4)$
4. $P(1 < X \leq 3)$