

Ejercicio 1

Consideremos un experimento Binomial con 10 ensayos y $p = 0.9$

1. Se pide calcular la probabilidad de obtener 9 éxitos

$$P(X = K) = (n \ k) p^k (1 - p)^{n-k}$$

$$n = 10$$

$$k = 9$$

$$p = 0,9$$

$$n! = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 3628800$$

$$k! = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 362880$$

$$(n \ k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{3628800}{362880(10-9)!} = 10$$

$$P(X = K) = (n \ k) p^k (1 - p)^{n-k}$$

$$p^k = 0,9^9 = \mathbf{0,3874}$$

$$(1 - p)^{n-k} = (1 - 0,9)^{10-9} = \mathbf{0,1}$$

$$P(x = 9) = 10 \times 0,3874 \times 0,1 = \mathbf{0,3874}$$

La probabilidad de obtener 9 éxitos es del **38,7%**

2. La probabilidad de obtener 9 o más éxitos

$$P(X = K) = (n \ k) p^k (1 - p)^{n-k}$$

$$n = 10$$

$$k = 10$$

$$p = 0,9$$

$$n! = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 3628800$$

$$k! = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 3628800$$

$$(n \ k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{3628800}{3628800(10-10)!} = \frac{3628800}{3628800(1)!} = 1$$

$$P(X = K) = (n \ k) p^k (1 - p)^{n-k}$$

$$p^k = 0,9^{10} = \mathbf{0,3486}$$

$$(1 - p)^{n-k} = (1 - 0,9)^{10-10} = \mathbf{1}$$

$$P(x = 9) = 1 \times 0,3486 \times 0,1 = \mathbf{0,3486}$$

La probabilidad de obtener 10 éxitos es del **34,9%**

$$P(X \geq 9) = P(X=9) + P(X=10)$$

$$P(X \geq 9) \approx \mathbf{0,387 + 0,349}$$

$$P(X \geq 9) \approx \mathbf{0,736}$$

La probabilidad de obtener 9 o más éxitos es del **76,6%**

Ejercicio 2

Considerando una distribución de Poisson con $\mu = 3$:

1. Indicar la función de probabilidad de Poisson apropiada.
2. Calcular $F(0)$
3. Calcular $P(x \geq 1)$

$$e=2,71828$$

$$\mu=3$$

$$f(x)=P(X=x) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!} = \frac{e^{-3} 3^0}{0!} = \mathbf{0.0497}$$

$$f(x)=P(X \geq x) = 1 - P(X=0) = 1 - e^{-3} = \mathbf{0.9502}$$

Hay un **4,9 %** de posibilidades de que no ocurra el evento y un **95 %** de que ocurra.

Ejercicio 3

El departamento de ventas de una empresa está compuesto por 10 asesores comerciales.

De todos ellos, el mejor es Pedro, el cual tiene un ratio de cierre de ventas del 85%. En el último mes del cuarto trimestre del año, el director de ventas sabe que deben cerrarse al menos 6 ventas para cumplir con los objetivos anuales. Si se cierran más de 6, entraría en juego el bonus extra.

Tiene 8 visitas para asignar a Pedro, y confía en él, pero quiere saber la probabilidad de que cierre más de 6 visitas o al menos las 6 necesarias para cumplir con los objetivos Anuales.

$$n=8$$

$$k=6$$

$$p=0,85$$

$$f(x)=P(X=x) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!}$$

$$n! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40320$$

$$k! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{40320}{720!(8-6)!} = \frac{40320}{720(2)!} = \frac{40320}{720 \times 2} = \frac{40320}{1440} = 28$$

$$P(X = K) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

$$\binom{n}{k} = 28$$

$$p^k = 0,85^6 = 0,3771$$

$$(1 - p)^{n-k} = (1 - 0,85)^{8-6} = 0,15^2 = 0,0225$$

$$P(x = 6) = 28 \times 0,3771 \times 0,0225 = 0,2375$$

La probabilidad de obtener 6 ventas es del **23,7%**

$$n=8$$

$$k=7$$

$$p=0,85$$

$$f(x) = P(X=x) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!}$$

$$n! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40320$$

$$k! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{40320}{5040!(8-7)!} = \frac{40320}{5040(1)!} = 8$$

$$P(X = K) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

$$\binom{n}{k} = 8$$

$$p^k = 0,85^7 = 0,3205$$

$$(1 - p)^{n-k} = (1 - 0,85)^{8-7} = 0,15$$

$$P(x = 6) = 8 \times 0,3205 \times 0,15 = 0,3846$$

La probabilidad de obtener 7 ventas es del **38,4%**

$$P(x=6) + P(x \geq 7)$$

$$P(X \geq 7) = P(X=6) + P(X=7)$$

$$P(X \geq 9) \approx 0,2375 + 0,3846$$

$$P(X \geq 9) \approx 0,6221$$

La probabilidad de obtener 6 o 7 ventas es del **62,2%**

Ejercicio 4

Dado que X tiene una distribución normal con $\mu = 300$ y $\sigma = 50$. Calcular la probabilidad de que X tome un valor mayor a 362.

$$z = (x - \mu) / \sigma = z = (362 - 300) / 50 = 62/50 = 1,24$$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115

$$P(Z > 1,24) = 1 - P(Z < 1,24) = 1 - 0,8925 = 0,1075$$

La probabilidad de que $X > 360$ es del **10,75%**

Ejercicio 5

Como Director de del Departamento de Recursos Humanos, contamos con los datos de productividad por trabajador de una empresa del sector textil expresados de la siguiente forma:

Sueldo bruto anual en euros (X)

12.000

15.000

20.000

25.000

30.000

Productividad en euros (Y)

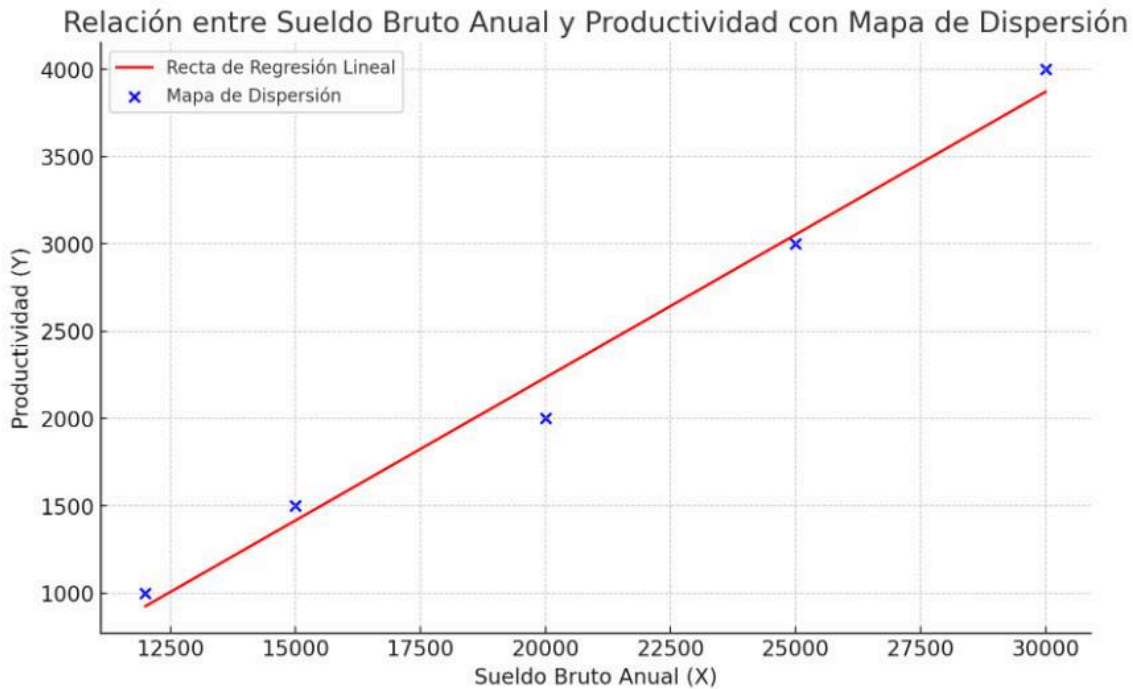
1000

1500

2000
3000
4000

Con el objetivo de establecer el sistema de objetivos anual del siguiente ejercicio, queremos saber si los datos son fiables. Para ellos, se pide:

1. Dibujar la recta de regresión lineal
2. Expresar el mapa de dispersión



3. Calcular el coeficiente de correlación.

$$\text{Media sueldo bruto anual euros } X = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{12000+15000+20000+25000+30000}{5} = 20400 \text{ €}$$

$$\text{Media productividad euros } Y = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{1000+1500+2000+3000+4000}{5} = 2300 \text{ €}$$

Calcular varianza:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

$$\sqrt{\frac{(12000-20400)^2 + (15000-20400)^2 + (20000-20400)^2 + (25000-20400)^2 + (30000-20400)^2}{5-1}}$$

Varianza X = **53300000**

Desviación Estándar X= **7300,68**

$$\sqrt{\frac{(1000-2300)^2+(1500-2300)^2+(2000-2300)^2+(3000-2300)^2+(4000-2300)^2}{5-1}}$$

Varianza y= **1450000**

Desviación Estándar Y= **1204,15**

¿A qué conclusiones podemos llegar con los datos obtenidos?

Según la recta de regresión lineal las dos variables están relacionadas cuanto más alto el sueldo más productividad, los puntos de dispersión no se alejan de la recta de regresión, dando a entender que las dos variables están fuertemente relacionadas.

La conclusión es que los datos son fiables y cuando el trabajador está mejor remunerado tiene una productividad más alta.

Es razonable incentivar a los trabajadores por objetivos cumplidos.